|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea, \*\*(\*)  pp.\*\*\*∼\*\*\*, \*\*\*\*\*\*\*, \*\*\*\*  https://doi.org/10.7734/COSEIK.\*\*\*\*.\*\*.\*.\*\*\* |  | pISSN 1229-3059 eISSN 2287-2302  Computational Structural Engineering Institute of Korea |
|  |  |  |
|  | | |
| 적층평판의 응력해석 향상을 위한  고전적 고차전단변형이론의 개선 [윤고딕130, 16p]  홍 길 동1† ․ 성 춘 향2 ․ 김 갑 돌3 [윤고딕120, 10.5p]  1한국대학교 조선해양공학부 교수, 2전산대학교 조선해양공학과 박사과정, 3구조대학교 해양시스템공학과 박사후연구원 [윤고딕120, 8p]  On the Modification of a Classical Higher-order Shear Deformation Theory to Improve the Stress Prediction of Laminated Composite Plates[윤고딕130,14p]  Gil-Dong Hong1†, Chun-Hyang Sung2 and Gap-Dol Kim3 [Times New Roman, 10.5p]  1Professor, Division of Ocean Engineering, HanKook Univ., Ulsan, 01234, Korea 2Graduate Student, Division of Ocean Engineering, JeonSan Univ., Seoul, 01252, Korea  3Postdoctoral Research Fellow, Division of Ocean Engineering, GuJo Univ., Muan, 01245, Korea [Times New Roman, 8p] | | |
| Abstract  In this paper, an systematic approach is presented, in which the mixed variational theorem is employed to incorporate independent transverse shear stresses into a classical higher-order shear deformation theory(HSDT). The HSDT displacement field is taken to amplify the benefits of using a classical shear deformation theory such as simple and straightforward calculation and numerical efficiency. Those independent transverse shear stresses are taken from the fifth-order polynomial-based zig-zag theory where the fourth-order transverse shear strains can be obtained. The classical displacement field and independent transverse shear stresses are systematically blended via the mixed variational theorem. Resulting strain energy expressions are named as an enhanced higher-order shear deformation theory via mixed variational theorem(EHSDTM). The EHSDTM possess the same computational advantage as the classical HSDT while allowing for improved through-the-thickness stress and displacement variations via the post-processing procedure. [Times New Roman / 8.5p]  Keywords : EHSDTM, mixed variational theorem, stress-displacement analysis, composite laminate plate | | |

1. 서 론 [윤고딕130 / 9.5p]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| †Corresponding author:  Tel: +82-2-123-4567; E-mail: abc@abc.ac.kr  Received ; Revised ;  Accepted  Ⓒ 2020 by Computational Structural Engineering Institute of Korea |  | This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons. org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. |

최근 항공기, 우주구조물, 그리고 자동차 산업에 이르기까지 다양한 분야에서 구조물의 경량화 및 고강도화가 요구되고 있으며, 이에 따라 질량 대비 높은 강도를 보이는 복합재가 폭넓게 사용되고 있다. 따라서 복합재의 정적, 동적 거동을 정확하게 예측하는 것이 중요한 문제로 대두되었다. 일반적으로 적층형태의 복합재의 경우 층간 분리와 같은 구조적인 취약점을 가지고 있으며, 따라서 두께 방향의 전단응력을 예측하기 이론이 개발되었다. [한글: 윤명조120 / 9p ; 영문: Times New Roman / 9.5p]

Kirchoff-Love 가정에 의한 고전판이론(CPT: Classical Plate Theory)은 횡방향 전단응력을 고려하지 않기 때문에, 길이 대 두께비가 작은 경우나 고주파 영역에서의 진동에 대해서 그 거동을 정확하게 예측할 수 없다. 이러한 CPT의 단점을 극복하기 위해서 Reissner(1945)와 Mindlin(1951)이 일차전단변형이론(FSDT: First-order Shear Deformation Theory)을 개발하였다.

이러한 단점을 극복하고자 고차 다항식 전개이론(Lev inson, 1980; Murthy, 1981; Reddy, 1984; Lo et al., 1977), 지그재그 이론(Murakami, 1986; Di Sciuva, 1986), 그리고 층간 세분화 이론(Seide, 1980)등이 개발되어 왔다. 층간 세분화 이론은 복합재 적층평판의 전체적인 거동뿐만 아니라 층간 거동을 모두 정확하게 예측할 수 있지만, 적층수가 증가함에 따라 계산량이 방대해지는 문제점을 가지고 있다. 따라서 계산의 효율성 측면에서 고차 다항식 전개 이론과 지그재그 이론이 효율적이라 할 수 있다.

2. 본 론

이 장에서는 혼합변분이론을 소개한 후, 강화된 고차전단변형이론에 대한 수식 전개 과정과 함께 응력 및 변위를 개선시키는 방법을 소개하고자 한다.

2.1 혼합변분이론[윤명조140 / 9.5p]

혼합변분이론을 적용함에 있어서 단사정 물성치(monoclinic material property)의 특성을 나타내는 두께 *h*의 복합재료 적층 평판을 고려하였다. 적층평판의 기하학적 형상과 좌표는 Fig. 1과 같다. 주어진 평판의 면내 방향을 나타내는 두 좌표축은 *x*1, *x*2로 표현되며, 두 방향 위치에 대해서는 *x*3로 지정하였다. 여기서, *x*3는 *h*/2와 - *h* /2 사이의 값을 갖는다.

주어진 정적 문제에 대하여 2차원 Hellinger-Reissner 범함수(functional)는 다음과 같이 표현된다(Kim, 2007).

(1)

(2)

여기서, <·> = 이며, 면내 응력에 대한 구성 방정식은 다음과 같이 유도된다.

(3)

여기서, 이며, 변위 경계조건은 다음과 같다.

(4)\

그림제목 [MyriadRegular / 8.5p] 반드시 영문으로 기입

그림에 삽입된 모든 text는 영문으로 기입하여야 합니다.

|  |
| --- |
| EMB000008882cc0 |
| **Fig. 1** Geometry and coordinate of composite laminate plate |

2.2 고차이론에 의해 가정된 횡방향 전단응력

횡방향 전단응력은 고차 지그재그 이론을 통하여 유도된다. 요구 조건에 따라서, 이 이론에서 유도된 변위장은 횡방향 전단응력이 윗면과 아랫면에서 무응력 상태임을 만족한다는 조건과 복합재료의 각 층(layer)에서 횡방향 전단응력이 연속적으로 변한다는 조건을 모두 만족한다. 이러한 변위장은 두께 방향으로의 5차 다항식에 층별로 기울기가 변화하는 선형 지그재그(zig-zag)함수를 추가하여 고려함으로써 구할 수 있다. 위에 기술된 변위장은 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

(5a)

(5b)

여기서, 상첨자 ()*o*는 기준면에서의 각각의 변수를 의미하며, *N*은 복합재료 적층수, 또한 *H*(*x*3-*x*3(*k*))는 단위계단함수를 나타낸다. 그리고 는 각 층의 계면에서 변위의 기울기를 나타내며, 이 값들은 횡방향 전단응력의 연속 조건을 부과함으로써 전단 강성계수만의 함수로 나타낼 수 있다.

2.4 수치예제 결과 및 고찰

2.4.1 수치예제 결과 및 고찰[윤명조120 / 9.5p]

이 논문에서 제시한 강화된 고차전단변형이론(EHSD TM)의 정확도를 검증하기 위하여 원통형 굽힘(Cylindrical bending)문제에 대한 복합재료 직교 적층평판과 샌드위치평판의 정적 거동을 해석해 보았다. 계산된 해석 결과들은 3차원 탄성해 및 참고문헌을 통하여 이용 가능한 다른 결과들과 비교분석하였다. 정확도의 기준이 되는 벤치마크 해(Benchmark solution)로는 Pagano(1969)가 제시한 원통형 굽힘(Cylindrical bending) 복합재료 적층평판에 대한 3차원 탄성해를 사용하였다. 적층평판의 원통형 굽힘 문제를 Fig. 2를 통하여 나타내었다. 예제로 사용된 복합재료 적층평판의 각층의 물성치(ply material properties)는 다음과 같이 주어진다.

Table 1에서는 본 논문에서 제시한 이론 및 참고문헌을 통하여 얻어지는 다른 여러 복합재료 이론들에 대한 자유도 및 유한 요소 연속조건을 비교하였다. Table 1을 통하여 본 논문에서 제시한 EHSDTM 이론은 고전적 HSDT 이론과 동일한 자유도를 갖는다는 사실을 알 수 있으며, 또한 일반적인 산업용 패키지에서 사용되는 등매개 요소에 적용되는 *Co* 연속 조건을 만족하는 형상 함수만을 필요로 한다는 사실을 알 수 있다.

표제목 [MyriadRegular / 8.5p] 반드시 영문으로 기입

표내용 [Times New Raman / 8.5p] 반드시 영문으로 기입

표에 삽입된 모든 text는 영문으로 기입하여야 합니다.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Table 1** Composite laminate plate in cylindrical bending case | | |
| Reference | Theory | DOF |
| Reissner, 1945 | FSDT | 5(C0) |
| Kim *et al*., 2006 | EFSDT | 5(C0) |
| Cho *et al*., 1992 | EHOPT | 5(C1) |
| Reddy, 1984 | HSDT | 9(C0) |
| Present | EHSDTM | 9(C0) |
| Present | 5th-zigzag field | 13(C0) |

3. 결 론

본 연구에서는 혼합변분이론을 통한 강화된 고차전단변형이론(EHSDTM)을 제안하였다. 변위 및 응력분석 과정에 있어서 3차원 고차 지그재그 이론에 기초한 횡방향 전단응력, 고전적 고차전단변형이론의 변위장을 사용하였으며, 혼합변분이론을 통해 강화된 고차전단변형이론을 유도하였다. 계산된 값들은 최소자승오차법을 통한 변위 및 응력분포의 후처리과정을 거침으로써 보다 향상된 정확도를 갖게 된다. 수치예로써 다양한 복합재료 적층평판과 샌드위치 평판에 대한 단순지지 원통형 굽힘 문제를 해석하였다.

본 논문에서 제시된 이론이 다른 이론들과 비교하여 복합재료 적층평판의 변위와 응력분포를 정확하게 예측할 수 있음을 알 수 있었다. 제시된 계산 과정이 다른 이론들의 계산과정과 비교하여 효율적임을 알 수 있었다. 횡방향 전단응력을 계산함에 있어서, 본 논문에서 제시된 이론은 구성방정식만을 가지고도 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있으며, 따라서 계산 과정에 대한 이점을 갖는 것을 알 수 있다.

본 연구에서 제안한 EHSDTM은 고전적 HSDT와 동일하게 계산 과정이 간단한 반면 변위와 응력분포의 예측에 있어서는 고전적 고차이론보다 정확한 결과를 보일 뿐만 아니라 탄성해와 비교하여 가장 정확한 결과를 나타내었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단이 주관하는 중견연구자지원사업(No. 2010-0018920)의 지원을 받아 수행되었습니다.

References

Cho, M., Parmerter, R.R. (1992) An Efficient Higher Order Plate Theory for Laminated Composites, Composite Structure, 20, pp.113~123.

Connor, J.J. (1976) Analysis of Structural Member System, Ronald Press Company, New York, p.342.

Kachlakev, D., Miller, T. (2001) Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures Strengthened with FRP Laminates-Final Report, FHWA-OR-RD-01-17, Oregon Department of Transportation, OR, USA, p.111.

Lee, S.S., Lee, H.W., Park, C.H., Park, K.T. (2000) The Study of 3-Dimension Dynamic Characteristic of Gantry Crane, KSPE Autumnal Conference, Korean Society for Precision Engineering, pp.708~712.

Kim, J.S., Cho, M. (2006) Enhanced Modeling of Laminated and Sandwich Plates via Strain Energy Transformation, Composites Science and Technology, 66, pp.1575~1587.

[Times New Roman / 9.5p]

참고문헌 순서는 알파벳순 정렬 / 참고문헌은 모두 영문으로 기입하여야 합니다.

|  |
| --- |
| 요 지  본 논문에서는 고전적 고차전단변형이론(HSDT)을 이용한 복합재료 적층평판의 응력해석 개선기법을 소개한다. 횡방향 응력들에 대해서만 변분을 취하는 혼합변분이론(Mixed variational theorem)을 통하여 횡방향 전단 변형에너지를 개선하였다. 가정된 횡방향 전단응력은 면내 변위가 5차 다항식을 갖는 고차 지그재그 이론으로부터 구하였으며, 변위들은 고전적 고차전단변형이론의 변위장을 사용하였다. 이 과정을 통하여 얻어진 변형 에너지를 본 논문에서는 EHSDTM라고 명명하였으며, 이 이론을 통해 복합재 적층평판의 변위와 응력을 계산함에 있어서 HSDT와 비슷한 수준의 계산적 효율을 가지면서, 동시에 최소자승오차법에 따른 후처리 과정을 적용함으로써 변위와 응력의 두께방향 분포를 정확하게 예측할 수 있도록 개선하였다. 계산된 결과는 고전적 HSDT, 3차원 탄성해 등의 여러 결과들과 비교하여 검증하였다. [한글: 윤명조120 / 9p ; 영문: Times New Roman / 9p]  핵심용어 : 강화된 고차전단변형이론, 혼합변분이론, 변위-응력해석, 복합재료 적층평판 |